

6 SISTEMES D'EQUACIONS

EXERCICIS PROPOSATS

6.1 Calcula les solucions de l'equació $2x + 6y = 28$ sabent el valor d'una de les incògnites.

a) $x = 5$

c) $y = 1$

e) $y = -3$

b) $x = 10$

d) $y = 0$

f) $x = \frac{1}{2}$

a) $x = 5 \rightarrow 2 \cdot 5 + 6y = 28 \rightarrow 10 + 6y = 28 \rightarrow 6y = 18 \rightarrow y = 3$

Solució: $x = 5, y = 3$

b) $x = 10 \rightarrow 2 \cdot 10 + 6y = 28 \rightarrow 20 + 6y = 28 \rightarrow 6y = 8 \rightarrow y = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$

Solució: $x = 10, y = \frac{4}{3}$

c) $y = 1 \rightarrow 2x + 6 \cdot 1 = 28 \rightarrow 2x + 6 = 28 \rightarrow 2x = 22 \rightarrow x = 11$

Solució: $x = 11, y = 1$

d) $y = 0 \rightarrow 2x + 6 \cdot 0 = 28 \rightarrow 2x = 28 \rightarrow x = 14$

Solució: $x = 14, y = 0$

e) $y = -3 \rightarrow 2x + 6 \cdot (-3) = 28 \rightarrow 2x = 28 + 18 \rightarrow 2x = 46 \rightarrow x = 23$

Solució: $x = 23, y = -3$

f) $x = \frac{1}{2} \rightarrow 2 \cdot \frac{1}{2} + 6y = 28 \rightarrow 1 + 6y = 28 \rightarrow 6y = 27 \rightarrow y = \frac{27}{6} = \frac{9}{2}$

Solució: $x = \frac{1}{2}, y = \frac{9}{2}$

6.2 Calcula tres solucions de cadascuna de les equacions següents.

a) $x + y = 10$

c) $3x + y = 8$

b) $2x - y = 14$

d) $-x - 5y = 0$

a) $x + y = 10 \rightarrow y = 10 - x$

Solucions: $x = 1, y = 9$

$x = -1, y = 11$

$x = 2,5, y = 7,5$

b) $2x - y = 14 \rightarrow y = 2x - 14$

Solucions: $x = 2, y = -10$

$x = 8, y = 2$

$x = -\frac{1}{2}, y = -15$

c) $3x + y = 8 \rightarrow y = 8 - 3x$

Solucions: $x = 2, y = 2$

$x = -2, y = 14$

$x = \frac{1}{3}, y = 7$

d) $-x - 5y = 0 \rightarrow x = -5y$

Solucions: $x = -5, y = 1$

$x = -10, y = 2$

$x = 1, y = -\frac{1}{5}$

6.3 Escriu l'equació corresponent a la situació següent: "Un grup d'amics ha anat al teatre i ha comprat 3 entrades de pati i 5 de llotja. En total han pagat 80 euros per l'entrada. Quant costa l'entrada de cada classe?"

Cost de l'entrada de pati: x

Cost de l'entrada de llotja: y

Cost de 3 entrades de pati: $3x$

Cost de 5 entrades de llotja: $5y$

Equació: $3x + 5y = 80$

Resolem: si l'entrada de pati costa, per exemple $x = 15$ euros, l'entrada de llotja costa $y = \frac{80 - 3x}{5}$.

L'entrada de llotja costa 7 euros.: $\frac{80 - 3 \cdot 15}{5} = 7$

6.4 Tomás ha llegit 20 llibres en total que pertanyen a dues col·leccions. Quants llibres pot haver llegit de cada col·lecció?

a) Expressa amb una equació la informació de l'enunciat.

b) Si de la primera col·lecció ha llegit 8 llibres, quants n'ha llegit de la segona?

c) I si de la segona col·lecció ha llegit 9 llibres, quants n'ha llegit de la primera?

a) Nre. de llibres llegits de la primera col·lecció: x

Nre. de llibres llegits de la segona col·lecció: y

Equació: $x + y = 20$

b) $x = 8$ llibres $\rightarrow 8 + y = 20 \rightarrow y = 20 - 8 = 12$

Ha llegit 8 llibres de la primera col·lecció i 12 de la segona.

c) $y = 9$ llibres $\rightarrow x + 9 = 20 \rightarrow x = 20 - 9 = 11$

Ha llegit 11 llibres de la primera col·lecció i 9 de la segona.

6.5 Planteja el sistema d'equacions corresponent a aquest problema: "La suma de dos nombres és igual a 6, i la diferència del doble d'aquests és igual a 4".

Nombre més gran: x

Nombre més xicotet: y

Sistema: $\begin{cases} x + y = 6 \\ 2x - 2y = 4 \end{cases}$

6.6 Calcula la solució d'aquest sistema provant amb diferents valors per a x i y .

$$\begin{cases} x + 2y = 20 \\ x - y = 5 \end{cases}$$

Per a $x = 8, y = 3$ satisfem la segona equació ($8 - 3 = 5$), però no la primera ($8 + 6 = 14$).

Per a $x = 10, y = 5$ satisfem la segona equació ($10 - 5 = 5$) i també la primera ($10 + 10 = 20$).

Per tant la solució del sistema és $x = 10, y = 5$.

6.7 Resol els sistemes següents utilitzant una taula.

a) $\begin{cases} x + y = 12 \\ x - y = 2 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x + 6y = 48 \\ x + y = 10 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + y = 17 \\ 4x + 2y = 56 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 4x - y = 10 \\ x + y = 5 \end{cases}$

a) $\begin{cases} x + y = 12 \\ x - y = 2 \end{cases}$
Solució: $x = 7, y = 5$

x	9	8	7	6	5	4	3	2
y	3	4	5	6	7	8	9	10
$x - y$	6	4	2	0	-2	-4	-6	-8

b) $\begin{cases} x + y = 17 \\ 4x + 2y = 56 \end{cases}$
Solució: $x = 11, y = 6$

x	4	5	6	7	8	9	10	11	12
y	13	12	11	10	9	8	7	6	5
$4x + 2y$	42	44	46	48	50	52	54	56	58

c) $\begin{cases} 2x + 6y = 48 \\ x + y = 10 \end{cases}$
Solució: $x = 3, y = 7$

x	1	2	3	4	5	6	7	8
y	9	8	7	6	5	4	3	2
$2x + 6y$	56	52	48	44	40	36	32	28

d) $\begin{cases} 4x - y = 10 \\ x + y = 5 \end{cases}$
Solució: $x = 3, y = 2$

x	1	2	3	4	5
y	4	3	2	1	0
$4x - y$	0	5	10	15	20

6.8 La suma de dos nombres és igual a 8, i la diferència entre el doble del primer i el segon és 1. Calcula els nombres utilitzant una taula.

El sistema és: $\begin{cases} x + y = 8 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$

Els nombres són:

$x = 3, y = 5$

x	1	2	3	4	5	6	7	8
y	7	6	5	4	3	2	1	0
2x - y	-5	-2	1	4	7	10	13	16

6.9 Calcula el valor del coeficient a i de la incògnita x en aquest sistema sabent que el valor de y és 2. $\begin{cases} 3x - y = 1 \\ x + ay = 5 \end{cases}$

Substituïm en el sistema: $\begin{cases} 3x - 2 = 1 \\ x + 2a = 5 \end{cases}$

Al resoldre la primera equació obtenim: $3x - 2 = 1 \rightarrow 3x = 3 \rightarrow x = 1$

En la segona equació substituïm x pel seu valor: $\begin{cases} 1 + 2a = 5 \\ 2a = 4 \rightarrow a = 2 \end{cases}$

El coeficient $a = 2$, i la incògnita $x = 1$.

6.10 Resol pel mètode de substitució els sistemes següents.

a) $\begin{cases} 3x + y = 10 \\ x + 3y = 6 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 5x - 4y = 28 \\ -3x + y = -7 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x - 4y = 26 \\ x - 8y = 22 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x + y = -2 \\ x - y = 0 \end{cases}$

a) $\begin{cases} 3x + y = 10 \\ x + 3y = 6 \end{cases}$

Aïllem y en la primera equació:

$$y = 10 - 3x$$

Substituïm y en la segona equació:

$$x + 3(10 - 3x) = 6$$

Resolem l'equació:

$$x + 30 - 9x = 6$$

$$-8x = -24 \rightarrow x = 3$$

Substituïm x en l'equació aïllada:

$$y = 10 - 3 \cdot 3 = 10 - 9 = 1$$

La solució del sistema és:

$$x = 3, y = 1$$

b) $\begin{cases} 3x - 4y = 26 \\ x - 8y = 22 \end{cases}$

Aïllem x en la segona equació:

$$x = 22 + 8y$$

Substituïm en la primera equació:

$$3(22 + 8y) - 4y = 26$$

Resolem l'equació:

$$66 + 24y - 4y = 26$$

$$20y = 26 - 66 = -40 \rightarrow y = -2$$

Substituïm y en l'equació aïllada:

$$x = 22 + 8 \cdot (-2) = 6$$

La solució és:

$$x = 6, y = -2$$

c) $\begin{cases} 5x - 4y = 28 \\ -3x + y = -7 \end{cases}$

Aïllem y en la segona equació:

$$y = -7 + 3x$$

Substituïm en la primera equació:

$$5x - 4(-7 + 3x) = 28$$

Resolem l'equació:

$$5x + 28 - 12x = 28$$

$$7x = 0 \rightarrow x = 0$$

Substituïm x en l'equació aïllada:

$$y = -7 + 3 \cdot 0 = -7$$

La solució és:

$$x = 0, y = -7$$

d) $\begin{cases} x + y = -2 \\ x - y = 0 \end{cases}$

Aïllem x en la segona equació:

$$x = y$$

Substituïm en la primera equació:

$$y + y = -2$$

Resolem l'equació:

$$2y = -2 \rightarrow y = -1$$

Substituïm y en l'equació aïllada:

$$x = -1$$

La solució és:

$$x = -1, y = -1$$

6.11 El perímetre d'una piscina fa 70 metres. Si sabem que és dues vegades més llarg que ample, calcula la llargària i l'amplària de la piscina.

Amplària de la piscina: x

Llargària de la piscina: y

Perímetre: $2x + 2y$

$$\text{Sistema: } \begin{cases} 2x + 2y = 70 \\ y = 2,5x \end{cases}$$

Substituïm y en l'primera equació:

$$2x + 2 \cdot 2,5x = 70$$

Resolem l'equació:

$$2x + 5x = 70 \rightarrow 7x = 70 \rightarrow x = 10$$

Substituïm x en l'equació aïllada:

$$y = 2,5 \cdot 10 = 25$$

Mesura 10 metres d'ample, i 25 metres de llarg.

6.12 Resol els sistemes següents pel mètode de reducció.

a) $\begin{cases} 3x + 11y = 67 \\ 5x - 3y = 5 \end{cases}$

c) $\begin{cases} -2x + 5y = 22 \\ 3x - 6y = -27 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x + 3y = 17 \\ 3x + 2y = 18 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 4x + 7y = -56 \\ -2x - 5y = 40 \end{cases}$

a) $\begin{cases} 3x + 11y = 67 \\ 5x - 3y = 5 \end{cases}$

Eliminem la x :

$$15x + 55y = 335$$

$$15x - 9y = 15$$

Restem les equacions:

$$64y = 320 \rightarrow y = 5$$

Substituïm $y = 5$ en qualsevol equació per a trobar el valor de x :

$$5x - 3 \cdot 5 = 5 \rightarrow 5x = 5 + 15 \rightarrow 5x = 20 \rightarrow x = 4$$

La solució és: $x = 4, y = 5$.

b) $\begin{cases} 2x + 3y = 17 \\ 3x + 2y = 18 \end{cases}$

Eliminem la x :

$$6x + 9y = 51$$

$$6x + 4y = 36$$

Restem les equacions:

$$5y = 15 \rightarrow y = 3$$

Substituïm $y = 3$ en qualsevol equació per a trobar el valor de x :

$$2x + 3 \cdot 3 = 17 \rightarrow 2x = 17 - 9 \rightarrow 2x = 8 \rightarrow x = 4$$

La solució és: $x = 4, y = 3$.

c) $\begin{cases} -2x + 5y = 22 \\ 3x - 6y = -27 \end{cases}$

Eliminem la x :

$$-6x + 15y = 66$$

$$6x - 12y = -54$$

Sumem les equacions:

$$3y = 12 \rightarrow y = 4$$

Substituïm $y = 4$ en qualsevol equació per a trobar el valor de x :

$$3x - 6 \cdot 4 = -27 \rightarrow 3x - 24 = -27 \rightarrow 3x = -3 \rightarrow x = -1$$

La solució és: $x = -1, y = 4$.

d) $\begin{cases} 4x + 7y = -56 \\ -2x - 5y = 40 \end{cases}$

Eliminem la x :

$$4x + 7y = -56$$

$$-4x - 10y = 80$$

Sumem les equacions:

$$-3y = 24 \rightarrow y = -8$$

Substituïm $y = -8$ en qualsevol equació per a trobar el valor de x :

$$4x + 7 \cdot (-8) = -56 \rightarrow 4x - 56 = -56 \rightarrow 4x = 0 \rightarrow x = 0$$

La solució és: $x = 0, y = -8$.

6.13 Resol els sistemes següents pel mètode de reducció.

a) $\begin{cases} 7x - 14y = -5 \\ -7x + 21y = 9 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3x + 6y = 39 \\ 7x - 3y = 52 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 3x + 2y = 1 \\ 12x + 32y = 7 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 5x - 3y = 12 \\ 2x - 5y = 14 \end{cases}$

a) $\begin{cases} 7x - 14y = -5 \\ -7x + 21y = 9 \end{cases}$

Eliminem la x:

$$\begin{array}{r} 7x - 14y = -5 \\ -7x + 21y = 9 \\ \hline \end{array}$$

Sumem:

$$7y = 4 \rightarrow y = \frac{4}{7}$$

Eliminem la y:

$$\begin{array}{r} 147x - 294y = -105 \\ -98x + 294y = 126 \\ \hline \end{array}$$

Sumem:

$$49x = 21 \rightarrow x = \frac{21}{49} = \frac{3}{7}$$

La solució és: $x = \frac{3}{7}, y = \frac{4}{7}$.

b) $\begin{cases} 3x + 2y = 1 \\ 12x + 32y = 7 \end{cases}$

Eliminem la x:

$$\begin{array}{r} 12x + 8y = 4 \\ 12x + 32y = 7 \\ \hline \end{array}$$

Restem les equacions:

$$24y = 3 \rightarrow y = \frac{3}{24} = \frac{1}{8}$$

Eliminem la y:

$$\begin{array}{r} 48x + 32y = 16 \\ 12x + 32y = 7 \\ \hline \end{array}$$

Restem les equacions:

$$36x = 9 \rightarrow x = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$

La solució és: $x = \frac{1}{4}, y = \frac{1}{8}$.

c) $\begin{cases} 3x + 6y = 39 \\ 7x - 3y = 52 \end{cases}$

Eliminem la x:

$$\begin{array}{r} 21x + 42y = 273 \\ 21x - 9y = 156 \\ \hline \end{array}$$

Restem les equacions:

$$51y = 117 \rightarrow y = \frac{117}{51} = \frac{39}{17}$$

Eliminem la y:

$$\begin{array}{r} 3x + 6y = 39 \\ 14x - 6y = 104 \\ \hline \end{array}$$

Sumem les equacions:

$$17x = 143 \rightarrow x = \frac{143}{17}$$

La solució és: $x = \frac{39}{17}, y = \frac{143}{17}$.

d) $\begin{cases} 5x - 3y = 12 \\ 2x - 5y = 14 \end{cases}$

Eliminem la x:

$$\begin{array}{r} 10x - 6y = 24 \\ 10x - 25y = 70 \\ \hline \end{array}$$

Restem les equacions:

$$-19y = 46 \rightarrow y = -\frac{46}{19}$$

Eliminem la y:

$$\begin{array}{r} 25x - 15y = 60 \\ 6x - 15y = 42 \\ \hline \end{array}$$

Restem les equacions:

$$19x = 18 \rightarrow x = \frac{18}{19}$$

La solució és: $x = -\frac{46}{19}, y = \frac{18}{19}$.

6.14 Un hotel té habitacions dobles (amb dos llits) i senzilles (amb un llit), En total té 84 habitacions i 154 llits. Quantes habitacions hi ha de cada classe?

Nre. d'habitacions dobles: x

Nre. d'habitacions senzilles: y

$$\text{Sistema: } \begin{cases} x + y = 84 \\ 2x + y = 154 \end{cases}$$

Resolem (reduïm y restant equacions): $x = 70 \rightarrow 70 + y = 84 \rightarrow y = 14$

El nombre d'habitacions dobles és 70, i el d'habitacions senzilles, 14.

6.15 L'edat d'Araceli és el doble de la del seu germà Jesús. Fa 5 anys, la suma de les seues edats era igual a l'edat d'Araceli. Quina és l'edat de cadascun?

Edat actual de Jesús: x

Edat actual de Araceli: y

Edat de Jesús fa 5 anys: $x - 5$

Edat d'Araceli fa 5 anys: $y - 5$

$$\text{Sistema: } \begin{cases} y = 2x \\ (x - 5) + (y - 5) = y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y = 2x \\ x + y - 10 = y \end{cases}$$

Resolem (aïllem x en la 2a equació): $x = 10$

$$y = 2 \cdot 10 = 20$$

L'edat actual d'Araceli és 20 anys, i la de Jesús, 10 anys.

6.16 Francesc té 44 euros en monedes d'1 euro i bitllets de 5 euros. El nombre de bitllets és el doble que el de monedes. Quantes monedes i bitllets té Francesc?

Nre. de monedes: x

Nre. de bitllets: y

$$\text{Sistema: } \begin{cases} x + 5y = 44 \\ y = 2x \end{cases}$$

Resolem (substituïm la y): $x + 10x = 44 \rightarrow 11x = 44 \rightarrow x = 4$

$$y = 2 \cdot 4 = 8$$

Francesc té 4 monedes d'un euro i 8 bitllets de cinc euros.

6.17 Troba dos nombres tals que el triple del primer augmentat en 4 siga igual al segon, mentre que el doble del segon disminuït en 2 siga 8 vegades el primer

Primer nombre: x

Segon nombre: y

$$\text{Sistema: } \begin{cases} 3x + 4 = y \\ 2y - 2 = 8x \end{cases}$$

Resolem (substituïm y): $2 \cdot (3x + 4) - 2 = 8x$

$$6x + 8 - 2 = 8x$$

$$6x + 6 = 8x \rightarrow -2x = -6 \rightarrow x = 3 \rightarrow y = 3 \cdot 3 + 4 = 13$$

El primer nombre és 3, i el segon, 13.

PROBLEMES PROPOSATS

6.18 La suma de dos nombres és 45, i la seua diferència és 19. Quins són aquests nombres?

Primer nombre: x

Segon nombre: y

$$\text{Sistema: } \begin{cases} x + y = 45 \\ x - y = 19 \end{cases}$$

Sumem les equacions: $2x = 64 \rightarrow x = \frac{64}{2} = 32$

Substituïm: $32 - y = 19 \rightarrow y = 13$

El primer nombre es 32, i el segon, 13.

6.19 En un garatge hi ha 37 vehicles entre cotxes i motos, que sumen en total 104 rodes. Quants cotxes i quantes motos hi ha al garatge?

Nombre de cotxes: x

Nombre de motos: y

$$\text{Sistema: } \begin{cases} x + y = 37 \\ 4x + 2y = 104 \end{cases}$$

Eliminem y : $\begin{cases} 2x + 2y = 74 \\ 4x + 2y = 104 \end{cases}$

Restem les equacions: $2x = 30 \rightarrow x = 15$

Substituïm: $15 + y = 37 \rightarrow y = 22$

Al garatge hi ha 15 cotxes i 22 motos.

6.20 Ara, una endevinalla.

“Cada ocell al seu niu i sobra un ocell.

Dos ocells a cada niu i sobra un niu.

Quants nius i quants ocells hi ha?”

Nombre de ocells: x

Nombre de nius: y

$$\text{Sistema: } \begin{cases} x = y + 1 \\ x = 2(y - 1) \end{cases}$$

Substituïm: $y + 1 = 2y - 2 \rightarrow y = 3$

$$x = 3 + 1 = 4$$

Hi ha 4 ocells y 3 nius.

ACTIVITATS

CÀLCUL MENTAL

6.21 Calcula el valor de y en les equacions següents.

a) $x + y = 4$, si $x = 3$

c) $2x + y = 6$, si $x = 2$

b) $x - y = 8$, si $x = 10$

d) $2x - y = 0$, si $x = 1,5$

a) $x + y = 4$, si $x = 3 \rightarrow y = 1$

c) $2x + y = 6$, si $x = 2 \rightarrow y = 2$

b) $x - y = 8$, si $x = 10 \rightarrow y = 2$

d) $2x - y = 0$, si $x = 1,5 \rightarrow y = 3$

6.22 Calcula tres solucions de cada equació.

a) $x + y = 10$

c) $2x + 2y = 12$

b) $x - y = 1$

d) $x = 3y$

a) $x + y = 10$

$x = 1, y = 9$ $x = 8, y = 2$ $x = 5, y = 5$

b) $x - y = 1$

$x = 7, y = 6$ $x = 11, y = 10$ $x = -9, y = -10$

c) $2x + 2y = 12 \rightarrow x + y = 6$

$x = 2, y = 4$ $x = 5, y = 1$ $x = 6, y = 0$

d) $x = 3y$

$x = 3, y = 1$ $x = 6, y = 2$ $x = -12, y = -4$

6.23 Fixa't en la taula i digues quina és la solució del sistema format per aquestes equacions.

$$\begin{cases} x + y = 7 \\ x - 3y = 3 \end{cases}$$

La solució del sistema és $x = 6, y = 1$ perquè satisfem les dos equacions: $6 + 1 = 7; 6 - 3 \cdot 1 = 3$

x	0	1	2	3	4	5	6	7
y	7	6	5	4	3	2	1	0
x - 3y	-21	-17	-13	-9	-5	-1	3	7

6.24 Completa el sistema perquè tinga aquesta solució: $x = 5, y = 2$.

$$\begin{cases} x + y = ? \\ x + 2y = ? \end{cases} \quad \begin{cases} x + y = 7 \\ x + 2y = 9 \end{cases}$$

6.25 Quant han de valdre c y c' perquè el sistema següent tinga per solució $x = 2, y = 1$?

$$\begin{cases} 6x + 5y = c \\ 4x - 3y = c' \end{cases}$$

$6x + 5y = c \rightarrow c = 6 \cdot 2 + 5 \cdot 1 = 12 + 5 = 17$

$4x - 3y = c' \rightarrow c' = 4 \cdot 2 - 3 \cdot 1 = 8 - 3 = 5$

6.26 Calcula la solució dels sistemes següents.

a) $\begin{cases} x - y = 4 \\ x + y = 12 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x = 2y \\ x + y = 6 \end{cases}$

a) $x = 8, y = 4$

b) $x = 4, y = 2$

6.27 "Si afegim 3 a un nombre obtenim el segon nombre, i si afegim 2 al segon obtenim el doble del primer nombre. Quin és cada nombre?". Expressa el sistema.

Primer nombre: x

Segon nombre: y

Substituïm en la segona equació:

$$\text{El sistema és: } \begin{cases} x + 3 = y \\ y + 2 = 2x \end{cases}$$
$$x + 3 + 2 = 2x \rightarrow x = 5$$
$$y = 5 + 3 = 8$$

Els números son 5 i 8.

6.28 La suma de dos nombres és 8, i la seua diferència és 2. Quin és el valor de cada nombre?

Nombre: x

Un altre: y

$$\text{Sistema: } \begin{cases} x + y = 8 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

Provem amb $x = 6, y = 2$ $6 + 2 = 8$ y $6 - 2 = 4 \neq 2$.

Provem amb $x = 5, y = 3$ $5 + 3 = 8$ y $5 - 3 = 2$.

Els nombres són $x = 5, y = 3$.

EXERCICIS PER A PRACTICAR

Equacions amb dos incògnites

6.29 En una aula hi ha en total 20 alumnes. Escriu l'equació corresponent a aquesta situació.

Nre. d'alumnes: x

Nre. d'alumnes: y

$$\text{Equació: } x + y = 20$$

6.30 Calcula tres solucions d'aquesta equació: $x + 2y = 60$.

$$x = 10, y = 25$$

$$x = 60, y = 0$$

$$x = 80, y = -10$$

6.31 Tenint en compte l'equació $2x + 4y = 27$.

a) Troba una solució de manera que x siga igual a 1,5.

b) Quantes solucions té aquesta equació?

a) $2x + 4y = 27 \rightarrow 2 \cdot 1,5 + 4y = 27 \rightarrow 3 + 4y = 27 \rightarrow 4y = 24 \rightarrow y = 6$

b) Infinites.

6.32 Se sap que una solució de l'equació $3x - 5y = c$ és $x = 4, y = 1$. Quina és l'equació?

$$3x - 5y = c \rightarrow c = 3 \cdot 4 - 5 \cdot 1 = 12 - 5 = 7$$

La equació és: $3x - 5y = 7$.

6.33 En un garatge hi ha bicicletes i cotxes. En total hi ha 24 rodes. Esbrina si les proposicions següents són vertaderes o falses.

a) Hi ha 3 bicicletes i 4 cotxes.

c) Hi ha 4 bicicletes i 4 cotxes.

b) Hi ha 2 bicicletes i 5 cotxes.

d) Hi ha 5 bicicletes i 3 cotxes.

Nre. de bicicletes: x

Nre. de cotxes: y

$$\text{Equació: } 2x + 4y = 24$$

a) Hi ha 3 bicicletes y 4 cotxes: $2 \cdot 3 + 4 \cdot 4 = 6 + 16 = 22 \neq 24 \rightarrow$ FALSA.

b) Hi ha 2 bicicletes y 5 cotxes: $2 \cdot 2 + 4 \cdot 5 = 4 + 20 = 24 \rightarrow$ VERDADERA.

c) Hi ha 4 bicicletes y 4 cotxes: $2 \cdot 4 + 4 \cdot 4 = 8 + 16 = 24 \rightarrow$ VERDADERA.

d) Hi ha 5 bicicletes y 3 cotxes: $2 \cdot 5 + 4 \cdot 3 = 10 + 12 = 22 \neq 24 \rightarrow$ FALSA.

Sistemes d'equacions. Solucions

6.34 "Per a organitzar l'esport d'un centre escolar es convoca una reunió. Hi concorren 38 estudiants, i hi ha 6 alumnes més que són xics que alumnes que són xiques. Quants alumnes xics i xiques hi ha". Escriu el sistema d'equacions que expresse la informació donada.

Nre. d'alumnes: x

Nre. d'alumnes: y

$$\text{Sistema: } \begin{cases} x + y = 38 \\ x = y + 6 \end{cases}$$

Hi ha 22 alumnes y 16 alumnes.

6.35 La suma de dos nombres és 24, i la diferència entre estos nombres és 6. Escriu el sistema d'equacions corresponent.

Un nombre: x

L'altre nombre: y

Els nombres són 15 y 9.

$$\text{Sistema: } \begin{cases} x + y = 24 \\ x - y = 6 \end{cases}$$

6.36 Tenim el sistema $\begin{cases} 2x + 3y = 16 \\ 5x - y = 6 \end{cases}$

Esbrina quins dels següents parells de nombres són solució del sistema:

a) $x = 5, y = 2$

b) $x = 1, y = -1$

c) $x = 2, y = 4$

a) $x = 5, y = 2$

$$2 \cdot 5 + 3 \cdot 2 = 10 + 6 = 16$$

$$5 \cdot 5 - 2 = 23$$

No és solució del sistema perquè no satisfem la segona equació.

b) $x = 1, y = -1$

$$2 \cdot 1 + 3 \cdot (-1) = 2 - 3 = -1$$

No és solució perquè no satisfem la primera equació.

c) $x = 2, y = 4$

$$2 \cdot 2 + 3 \cdot 4 = 4 + 12 = 16$$

$$5 \cdot 2 - 4 = 10 - 4 = 6$$

És la solució del sistema perquè satisfem les dos equacions.

6.37 Calcula la solució del sistema d'equacions següent. (La solució és un parell de nombres naturals.)

$$\begin{cases} x + 2y = 5 \\ 4x - y = 2 \end{cases}$$

Provem amb el parell de nombres $x = 3, y = 1$:

$$3 + 2 \cdot 1 = 3 + 2 = 5$$

$$4 \cdot 3 - 1 = 12 - 1 \neq 2$$

No és solució perquè no satisfem la segona equació.

Provem amb el parell de nombres $x = 1, y = 2$:

$$1 + 2 \cdot 2 = 1 + 4 = 5$$

$$4 \cdot 1 - 2 = 4 - 2 = 2$$

El parell (1, 2) és solució del sistema perquè satisfem les dos equacions.

Resolució de sistemes per taules

6.38 Copia i completa la taula per a trobar la solució d'aquest sistema.

$$\begin{cases} x + y = 8 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$$

La solució és: $x = 3, y = 5$.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
y	8	7	6	5	4	3	2	1	0
$2x - y$	-8	-5	-2	1	4	7	10	13	16

6.39 Esbrina la solució del sistema següent completant la taula.

$$\begin{cases} x - y = 5 \\ 2x + 3y = 15 \end{cases}$$

La solució és: $x = 6, y = 1$.

x	8	7	6	5	4	3	2
y	3	2	1	0	-1	-2	-3
$x - y$	5	5	5	5	5	5	5
$2x + 3y$	25	20	15	10	5	0	-5

6.40 Resol per taules els sistemes d'equacions següents.

a) $\begin{cases} x + y = 12 \\ y - x = 4 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x + y = 10 \\ x - 3y = 2 \end{cases}$

a) $\begin{cases} x + y = 12 \\ y - x = 4 \end{cases}$

Solució:

$$x = 4, y = 8$$

x	11	10	9	8	7	6	5	4	3
y	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$y - x$	-10	-8	-6	-4	-2	0	2	4	6

b) $\begin{cases} x + y = 10 \\ x - 3y = 2 \end{cases}$

Solució: $x = 8, y = 2$

x	10	9	8	7	6	5	4	3	2
y	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$x - 3y$	10	6	2	-2	-6	-10	-14	-18	-22

Resolució de sistemes per substitució

6.41 Resol aquests sistemes aplicant el mètode de substitució.

a) $\begin{cases} x + y = 10 \\ 6x - 7y = 34 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x - y = 4 \\ 4y - x = 14 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 6x - 10y = 14 \\ y - x = 3 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x + 1 = 3x \\ 5y + 9 = 3y \end{cases}$

a) $\begin{cases} x + y = 10 \\ 6x - 7y = 34 \end{cases}$

Aillem y en la primera equació: $y = 10 - x$

Substituïm y en la segona equació: $6x - 7(10 - x) = 34$

$$6x - 70 + 7x = 34$$

Resolem:

$$13x = 70 + 34 \rightarrow 13x = 104 \rightarrow x = 8$$

Substituïm x en l'equació aïllada: $y = 10 - 8 = 2$

La solució és: $x = 8, y = 2$.

b) $\begin{cases} 6x - 10y = 14 \\ y - x = 3 \end{cases}$

Aillem y en la segona equació: $y = 3 + x$

Substituïm en la primera equació: $6x - 10(3 + x) = 14$

Resolem:

$$6x - 30 - 10x = 14$$

$$-4x = 44 \rightarrow x = -11$$

Substituïm en l'equació aïllada: $y = 3 - 11 = -8$

La solució és: $x = -11, y = -8$.

c) $\begin{cases} x - y = 4 \\ 4y - x = 14 \end{cases}$

Aillem x en la primera equació: $x = 4 + y$

Substituïm en la segona equació: $4y - (4 + y) = 14$

Resolem:

$$4y - 4 - y = 14 \rightarrow 3y = 18 \rightarrow y = 6$$

Substituïm y en l'equació aïllada: $x = 4 + 6 = 10$

La solució és: $x = 10, y = 6$.

d) $\begin{cases} x + 1 = 3x \\ 5x + 9 = 3y \end{cases}$

Calculem el valor de x en la primera equació: $2x = 1 \rightarrow x = \frac{1}{2}$

Substituïm en la segona equació: $5\frac{1}{2} + 9 = 3y \rightarrow 5 + 18 = 6y \rightarrow 23 = 6y \rightarrow y = \frac{23}{6}$

La solució és: $x = \frac{1}{2}, y = \frac{23}{6}$.

6.42 Resol els sistemes següents per substitució.

a) $\begin{cases} 18 + x - y = 0 \\ 5x - y = -6 \end{cases}$

b) $\begin{cases} -5 = y - x \\ 2x - 8 = 3y \end{cases}$

a) $\begin{cases} 18 + x - y = 0 \\ 5x - y = -6 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x - y = -18 \\ 5x - y = -6 \end{cases}$

Aillem y en la primera equació: $y = x + 18$

Substituïm en la segona equació: $5x - (x + 18) = -6 \rightarrow 5x - x - 18 = -6 \rightarrow 4x = -6 + 18 = 12 \rightarrow x = 3$

Substituïm x en l'equació aïllada: $y = 3 + 18 = 21$

La solució és: $x = 3, y = 21$.

b) $\begin{cases} -5 = y - x \\ 2x - 8 = 3y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y - x = -5 \\ 2x - 3y = 8 \end{cases}$

Aillem y en la primera equació: $y = x - 5$

Substituïm en la segona equació: $2x - 3(x - 5) = 8 \rightarrow 2x - 3x + 15 = 8 \rightarrow -x = 8 - 15 = -7 \rightarrow x = 7$

Substituïm en l'equació aïllada: $y = 7 - 5 = 2$

La solució és: $x = 7, y = 2$.

Resolució de sistemes per reducció

6.43 Resol els sistemes següents aplicant el mètode de reducció.

a)
$$\begin{cases} 4x + 3y = 20 \\ -2x + 3y = 8 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} 3x + y = 10 \\ x + 3y = 6 \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} -2x + 4y = 6 \\ 2x + 3y = 8 \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} x + y = 1 \\ 7x + 2y = 22 \end{cases}$$

a)
$$\begin{cases} 4x + 3y = 20 \\ -2x - 3y = 8 \end{cases}$$

Eliminem la x :

$$4x + 3y = 20$$

$$\begin{array}{r} -4x + 6y = 16 \\ \hline \end{array}$$

Sumem les equacions:

$$9y = 36 \rightarrow y = 4$$

Substituïm la y :

$$4x + 3 \cdot 4 = 20$$

$$4x + 12 = 20 \rightarrow 4x = 8 \rightarrow x = 2$$

La solució és: $x = 2, y = 4$.

b)
$$\begin{cases} 3x + y = 10 \\ x + 3y = 6 \end{cases}$$

Eliminem la y :

$$9x + 3y = 30$$

$$\begin{array}{r} x + 3y = 6 \\ \hline \end{array}$$

Restem les equacions:

$$8x = 24 \rightarrow x = 3$$

Substituïm la x :

$$3 + 3y = 6 \rightarrow 3y = 3 \rightarrow y = 1$$

La solució és: $x = 3, y = 1$.

c)
$$\begin{cases} -2x + 4y = 6 \\ 2x + 3y = 8 \end{cases}$$

Eliminem la x sumando les equacions:

$$7y = 14 \rightarrow y = 2$$

Substituïm la y :

$$2x + 3 \cdot 2 = 8 \rightarrow 2x + 6 = 8 \rightarrow x = 1$$

La solució és: $x = 1, y = 2$.

d)
$$\begin{cases} x + y = 1 \\ 7x + 2y = 22 \end{cases}$$

Eliminem y :

$$2x + 2y = 2$$

$$\begin{array}{r} 7x + 2y = 22 \\ \hline \end{array}$$

Restem les equacions:

$$5x = 20 \rightarrow x = 4$$

Substituïm la x :

$$4 + y = 1 \rightarrow y = -3$$

La solució és: $x = 4, y = -3$.

6.44 Resol per reducció els sistemes següents.

a) $\begin{cases} 3x - y = -2 \\ -7x + 2y = 1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 6x + 2y = 80 \\ 4x + 2y = 58 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3x + 2 = y \\ 2y - 1 = 7x \end{cases}$

d) $\begin{cases} x - y = 5 \\ 2x = 5 - 3y \end{cases}$

a) $\begin{cases} 3x - y = -2 \\ -7x - 2y = 1 \end{cases}$

Eliminem la y:

$$\begin{array}{r} 6x - 2y = -4 \\ -7x + 2y = 1 \\ \hline \end{array}$$

Sumem les equacions:

$$-x = -3 \rightarrow x = 3$$

Substituïm la x:

$$3 \cdot 3 - y = -2 \rightarrow 9 - y = -2 \rightarrow -y = -11 \rightarrow y = 11$$

La solució és: $x = 3, y = 11$.

b) $\begin{cases} 6x + 2y = 80 \\ 4x + 2y = 58 \end{cases}$

Eliminem la y:

$$\begin{array}{r} 6x + 2y = 80 \\ 4x + 2y = 58 \\ \hline \end{array}$$

Restem les equacions:

$$2x = 22 \rightarrow x = 11$$

Substituïm la x:

$$6 \cdot 11 + 2y = 80 \rightarrow 66 + 2y = 80$$

$$2y = 80 - 66 = 14 \rightarrow y = 7$$

La solució és: $x = 11, y = 7$.

c) $\begin{cases} 3x + 2 = y \\ 2y - 1 = 7x \end{cases} \rightarrow$

$$\begin{cases} 3x - y = -2 \\ 7x - 2y = -1 \end{cases}$$

Eliminem la y:

$$\begin{array}{r} 6x - 2y = -4 \\ 7x - 2y = -1 \\ \hline \end{array}$$

Restem les equacions:

$$x = 3$$

Substituïm la x:

$$3 \cdot 3 - y = -2$$

$$9 - y = -2$$

$$-y = -2 - 9 = -11 \rightarrow y = 11$$

La solució és: $x = 3, y = 11$.

d) $\begin{cases} x - y = 5 \\ 2x = 5 - 3y \end{cases} \rightarrow$

$$\begin{cases} x - y = 5 \\ 2x + 3y = 5 \end{cases}$$

Eliminem la x:

$$\begin{array}{r} 2x - 2y = 10 \\ 2x + 3y = 5 \\ \hline \end{array}$$

Restem les equacions:

$$5y = -5 \rightarrow y = -1$$

Substituïm la y:

$$x - (-1) = 5$$

$$x + 1 = 5 \rightarrow x = 4$$

La solució és: $x = 4, y = -1$.

6.45 Resol pel mètode de reducció doble els sistemes d'equacions següents.

a) $\begin{cases} 3x + 6y = 39 \\ 9x - 4y = 52 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x + 5y = -2 \\ 4x - 2y = 3 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 4x + 3y = 8 \\ 2x + 5y = 8 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 18x + 30y = 19 \\ 8x + 3y = 8 \end{cases}$

a) $\begin{cases} 3x + 6y = 39 \\ 9x - 4y = 52 \end{cases}$

Eliminem la x:

$$9x + 18y = 117$$

$$\underline{9x + 4y = 52}$$

$$22y = 65 \rightarrow y = \frac{65}{22}$$

Restem les equacions:

Eliminem la y:

$$12x + 24y = 156$$

$$\underline{54x - 24y = 312}$$

Sumem les equacions:

$$66x = 468 \rightarrow 11x = 78 \rightarrow x = \frac{78}{11}$$

La solució és: $x = \frac{78}{11}$, $y = \frac{65}{22}$.

b) $\begin{cases} 4x + 3y = 8 \\ 2x + 5y = 8 \end{cases}$

Eliminem la x:

$$4x + 3y = 8$$

$$\underline{4x + 10y = 16}$$

$$7y = 8 \rightarrow y = \frac{8}{7}$$

Restem les equacions:

Eliminem la y:

$$20x + 15y = 40$$

$$\underline{6x + 15y = 24}$$

Restem les equacions:

$$14x = 16 \rightarrow x = \frac{16}{14} = \frac{8}{7}$$

La solució és: $x = \frac{8}{7}$, $y = \frac{8}{7}$.

c) $\begin{cases} x + 5y = -2 \\ 4x - 2y = 3 \end{cases}$

Eliminem la x:

$$4x + 20y = -8$$

$$\underline{4x - 2y = 3}$$

$$22y = -11 \rightarrow y = \frac{11}{22} = \frac{1}{2}$$

Restem les equacions:

Eliminem la y:

$$2x + 10y = -4$$

$$\underline{20x - 10y = 15}$$

Sumem les equacions:

$$22x = 11 \rightarrow x = \frac{11}{22} = \frac{1}{2}$$

La solució és: $x = \frac{1}{2}$, $y = -\frac{1}{2}$.

d) $\begin{cases} 18x + 30y = 19 \\ 8x + 3y = 8 \end{cases}$

Eliminem la y:

$$18x + 30y = 19$$

$$\underline{80x + 30y = 80}$$

$$62x = 61 \rightarrow x = \frac{61}{62}$$

Restem les equacions:

Eliminem la x:

$$144x + 240y = 152$$

$$\underline{144x + 54y = 144}$$

Restem les equacions:

$$186y = 8 \rightarrow y = \frac{8}{186} = \frac{4}{93}$$

La solució és: $x = \frac{61}{62}$, $y = \frac{4}{93}$.

Resolució de sistemes

6.46 Fes les operacions amb les equacions de cada sistema i tria el mètode per a resoldre'ls.

a)
$$\begin{cases} 3x + y - 10 = 0 \\ 2(x + 3y) = 12 \end{cases}$$

b)
$$\begin{cases} x + 3 = y - 3 \\ 2(x + 3) = 6 - y \end{cases}$$

c)
$$\begin{cases} 4(2 - x) = 3y \\ 2(2 - x) = 2(y - 2) \end{cases}$$

d)
$$\begin{cases} 5x + 3y = 4x - 9 \\ 3(x + y) = 13 - 2(4 - 5y) \end{cases}$$

a)
$$\begin{cases} 3x + y - 10 = 0 \\ 2(x + 3y) = 12 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x + y = 10 \\ 2x + 6y = 12 \end{cases}$$

Mètode: substitució.

$$y = 10 - 3x$$

$$2x + 6(10 - 3x) = 12$$

$$2x + 60 - 18x = 12$$

$$-16x = -48 \rightarrow x = 3$$

Substituïm en l'equació aïllada: $y = 10 - 3 \cdot 3 = 10 - 9 = 1$

La solució és: $x = 3, y = 1$.

b)
$$\begin{cases} x + 3 = y - 3 \\ 2(x + 3) = 6 - y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x - y = -6 \\ 2x + y = 0 \end{cases}$$

Mètode: reducció.

Sumem les equacions: $3x = -6 \rightarrow x = -2$

Substituïm: $-2 - y = -6 \rightarrow y = 4$

La solució és: $x = -2, y = 4$.

c)
$$\begin{cases} 4(2 - x) = 3y \\ 2(2 - x) = 2(y - 2) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 4x + 3y = 8 \\ 2x + 2y = 8 \end{cases}$$

Mètode: reducció.

$$4x + 3y = 8$$

$$4x + 4y = 16$$

Restem les equacions:

$$y = 8$$

Substituïm la y :

$$2x + 2 \cdot 8 = 8$$

$$2x + 16 = 8 \rightarrow 2x = -8 \rightarrow x = -4$$

La solució és: $x = -4, y = 8$.

d)
$$\begin{cases} 5x + 3y = 4x - 9 \\ 3(x + y) = 13 - 2(4 - 5y) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + 3y = -9 \\ 3x + 3y = 13 - 8 + 10y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + 3y = -9 \\ 3x - 7y = 5 \end{cases}$$

Mètode: substitució.

$$x = -9 - 3y$$

$$3(-9 - 3y) - 7y = 5$$

$$-27 - 9y - 7y = 5$$

$$-16y = 32 \rightarrow y = -2$$

Substituïm la y :

$$x + 3 \cdot (-2) = -9$$

$$x - 6 = -9 \rightarrow x = -3$$

La solució és: $x = -3, y = -2$.

6.47 Fes les operacions amb les equacions de cada sistema i a continuació resol-los per mitjà del mètode que preferisques.

$$a) \begin{cases} \frac{x+5}{6} - \frac{y-5}{2} = -3 \\ \frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{2} \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} \frac{x+2}{3} = x - y \\ 2x + y = \frac{y+3}{6} \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 5x - 3y = -39 - x \\ -4x + 3y = \frac{90 + 7x}{2} \end{cases}$$

$$a) \begin{cases} \frac{x+5}{6} - \frac{y-5}{2} = -3 \\ \frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+5 - 3(y-5) = -18 \\ 2(x-1) = 3(y+1) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+5 - 3y + 15 = -18 \\ 2x - 2 = 3y + 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x - 3y = -38 \\ 2x - 3y = 5 \end{cases}$$

Mètode: reducció.

Restem les equacions:

$$x = 43$$

Substituïm:

$$43 - 3y = -38$$

$$81 = 3y \rightarrow y = \frac{81}{3} = 27$$

La solució és: $x = 43, y = 27$.

$$b) \begin{cases} \frac{x+2}{3} = x - y \\ 2x + y = \frac{y+3}{6} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x+2 = 3(x-y) \\ 12x + 6y = y+3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -2x + 3y = -2 \\ 12x + 5y = 3 \end{cases}$$

Mètode: reducció.

Eliminem la x :

$$-12x + 18y = -12$$

$$\underline{12x + 5y = 3}$$

Sumem les equacions:

$$23y = -9 \rightarrow y = -\frac{9}{23}$$

Eliminem la y :

$$-10x + 15y = -10$$

$$\underline{36x + 15y = 9}$$

Restem les equacions:

$$46x = 19 \rightarrow x = \frac{19}{46}$$

La solució és: $x = \frac{19}{46}, y = -\frac{9}{23}$.

$$c) \begin{cases} 5x - 3y = -39 - x \\ -4x + 3y = \frac{90 + 7x}{2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 6x - 3y = -39 \\ -8x + 6y = 90 + 7x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x - y = -13 \\ -15x + 6y = 90 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x - y = -13 \\ -5x + 2y = 30 \end{cases}$$

Mètode: substitució.

$$y = 2x + 13$$

Substituïm la y :

$$-5x + 2(2x + 13) = 30$$

$$-5x + 4x + 26 = 30$$

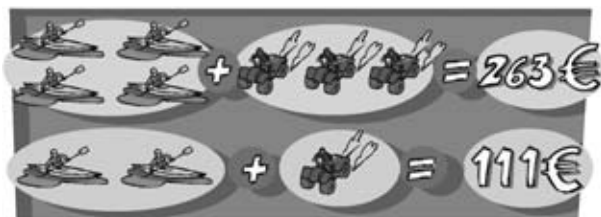
$$-x = 4 \rightarrow x = -4$$

Substituïm la x :

$$y = 2 \cdot (-4) + 13 = -8 + 13 = 5$$

La solució és: $x = -4, y = 5$.

6.48 Un club esportiu organitza activitats d'aventura. Joel ha fet descens amb piragua i excursió en quads dues vegades i ha pagat els preus següents. Quant costa cada activitat solta?



Cost d'un descens en piragua: x

Cost d'una excursió en quad: y

$$\text{Sistema: } \begin{cases} 4x + 3y = 263 \\ 2x + y = 111 \end{cases}$$

Resolem (per substitució):

$$y = 111 - 2x \rightarrow 4x + 3(111 - 2x) = 263$$

$$4x + 333 - 6x = 263 \rightarrow -2x = 263 - 333 = -70 \rightarrow x = 35$$

Substituïm el valor de x :

$$y = 111 - 2 \cdot 35 = 111 - 70 = 41$$

Un descens en piragua costa 35 euros, i una excursió en quad, 41.

6.49 En un prestatge hi ha 20 CD de música clàssica i de música pop. D'aquests, n'hi ha 6 discos més que dels altres. Calcula'n la quantitat utilitzant un sistema d'equacions.

Nre. de discos de música clàssica: x

Nre. de discos de música pop: y

$$\text{Sistema: } \begin{cases} x + y = 20 \\ y = x + 6 \end{cases}$$

Resolem (per substitució):

$$x + (x + 6) = 20$$

$$x + x + 6 = 20 \rightarrow 2x = 20 - 6 = 14 \rightarrow x = 7$$

Substituïm el valor de x :

$$y = 7 + 6 = 13$$

Al prestatge hi ha 7 discos de música clàssica i 13 de música pop.

6.50 Carme i Paula han creat una societat de serveis informàtics. En una setmana ingressen 1 800 euros entre les dues. Carme ha ingressat 120 euros més que Paula. Quant ha ingressat cadascuna?

Ingressos de Carme: x

Ingressos de Paula: y

$$\text{Sistema: } \begin{cases} x + y = 1800 \\ y = x + 120 \end{cases}$$

Resolem (per substitució):

$$x + x + 120 = 1800$$

$$2x = 1800 - 120 = 1680 \rightarrow x = 840$$

Substituïm el valor de x :

$$y = 840 + 120 = 960$$

Carme ha ingressat 840 euros, i Paula, 960.

6.51 En un calaix d'una papereria guarden dos tipus de bolígrafs: hi ha caixes amb 12 bolígrafs blaus i caixes amb 16 bolígrafs rojos. En total hi ha 10 caixes i 144 bolígrafs. Quantes caixes hi ha de cada classe? Planteja les equacions del sistema i resol-lo per taules i per un altre mètode.



Caixes amb bolígrafs blaus: x

$$\text{Caixes amb bolígrafs rojos: } y \quad \text{Sistema: } \begin{cases} x + y = 10 \\ 12x + 16y = 144 \end{cases}$$

Resolem (per taules):

x	10	9	8	7	6	5	4	3	2
y	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$12x + 16y$	120	124	128	132	136	140	144	148	152

Resolem pel mètode de reducció:

Eliminem x :

$$12x + 12y = 120$$

$$12x + 16y = 144$$

Restem:

$$4y = 24 \rightarrow y = 6$$

Substituïm:

$$x + 6 = 10 \rightarrow x = 4$$

Hi ha 4 caixes amb bolígrafs blaus i 5 caixes amb bolígrafs rojos.

- 6.52** En una fruiteria, Ferran ha comprat 2 quilograms de pomes i 3 de taronges per 8 euros, mentre que Teresa ha comprat 6 quilograms de pomes i 5 de taronges per 18 euros. Quant costen el quilogram de pomes i el de taronges?

Cost del quilogram de pomes: x

Cost del quilogram de taronges: y

$$\text{Sistema: } \begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ 6x + 5y = 18 \end{cases}$$

Resolem (per reducció):

$$6x + 9y = 24$$

$$6x + 5y = 18$$

Restem les equacions:

$$4y = 6 \rightarrow y = 1,50$$

Substituïm:

$$2x + 3 \cdot 1,50 = 8 \rightarrow 2x + 4,50 = 8 \rightarrow 2x = 8 - 4,50 = 3,50 \rightarrow x = 1,75$$

Un quilogram de pomes costa 1,75 euros, i un quilogram de taronges, 1,50.

- 6.53** Un fabricant construeix armaris de dues categories diferents: de 400 i de 600 euros. En una setmana construeix 16 armaris, el cost total dels quals és de 6 000 euros. Quants armaris ha construït de cada classe?

Nre. d'armaris de 400 euros: x

Nre. d'armaris de 600 euros: y

$$\text{Sistema: } \begin{cases} x + y = 16 \\ 300x + 600y = 6000 \end{cases}$$

Resolem (per substitució):

$$y = 16 - x$$

Substituyendo y :

$$300x + 600(16 - x) = 6000$$

$$300x + 9600 - 600x = 6000$$

$$-300x = 6000 - 9600 = -3600 \rightarrow x = 12$$

$$y = 16 - 12 = 4$$

Hi ha 12 armaris de 400 euros i 4 armaris de 600 euros.

- 6.54** La suma de dos nombres és 14. Si afegim 1 al més gran s'obté el doble del més menut. Quins són aquests nombres?

Nombre mayor: x

Nombre menor: y

$$\text{Sistema: } \begin{cases} x + y = 14 \\ x + 1 = 2y \end{cases}$$

Resolem (per substitució):

$$x = 2y - 1$$

Substituïm x :

$$2y - 1 + y = 14 \rightarrow 3y = 15 \rightarrow y = 5$$

$$x = 2 \cdot 5 - 1 \rightarrow x = 9$$

El nombre mayor es 9, y el menor, 5.

- 6.55** Troba dos nombres que complisquen aquestes condicions: si s'afeg 3 al primer s'obté el segon, i si s'afeg dos al segon s'obté el doble del primer.

Primer nombre: x

Segon nombre: y

$$\text{Sistema: } \begin{cases} x + 3 = y \\ y + 2 = 2x \end{cases}$$

Resolem (per substitució):

$$x + 3 + 2 = 2x \rightarrow x + 5 = 2x \rightarrow x = 5$$

$$y = 5 + 3 = 8$$

El nombre més gran és 9, i el més xicotet, 5.

- 6.56** El perímetre d'un rectangle mesura 28 centímetres, i la llargària és $\frac{4}{3}$ l'amplària. Calcula les dimensions del rectangle.

Amplària del rectangle: x

Llargària del rectangle: y

$$\text{Sistema: } \begin{cases} 2x + 2y = 28 \\ y = \frac{4}{3}x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y = 14 \\ 4x - 3y = 0 \end{cases}$$

Resolem (per substitució):

$$y = 14 - x$$

$$4x - 3(14 - x) = 0 \rightarrow 4x - 42 + 3x = 0 \rightarrow 7x = 42 \rightarrow x = 6$$

$$y = 14 - 6 = 8$$

El rectangle mesura 6 centímetres d'ample, i 8 de llarg.

- 6.57** Una empresa distribuïdora de café mescla dues varietats: una d'11 euros el quilogram i una altra de 10,20 euros el quilogram. Volem obtenir 500 quilograms de mescla a 10,50 euros el quilogram. Quants quilograms de cada varietat s'ha de mesclar?

Nre. de quilograms de mescla d'11 euros: x

Cost total de la mescla: $500 \cdot 10,50 = 5250$ euros

Nre. de quilograms de mescla de 10,20 euros: y

$$\text{Sistema: } \begin{cases} x + y = 500 \\ 11x + 10,20y = 5250 \end{cases}$$

Resolem (per substitució):

$$y = 500 - x$$

$$11x + 10,20(500 - x) = 5250 \rightarrow 11x + 5100 - 10,20x = 5250$$

$$0,80x = 5250 - 5100 = 150 \rightarrow x = 187,5$$

$$y = 500 - 187,5 = 312,5$$

Cal mesclar 187,5 quilograms de mescla d'11 euros i 312,5 quilograms de la de 10,20 euros.

6.58 Hui, l'edat d'un pare és el triple de l'edat de la seua filla. Però fa 6 anys era 5 vegades més. Quants anys tenen hui el pare i la filla?

Edat actual de la filla: x

Edat actual del pare: y

Edat de la filla fa 6 anys:

$$x - 6$$

Edat del pare fa 6 anys:

$$y - 6$$

$$\text{Sistema: } \begin{cases} y = 3x \\ y - 6 = 5(x - 6) \end{cases}$$

\rightarrow

$$\begin{cases} y = 3x \\ -5x + y = -24 \end{cases}$$

Resolem (per substitució):

$$-5x + 3x = -24 \rightarrow -2x = -24 \rightarrow x = 12$$

Substituïm en l'equació aïllada:

$$y = 3 \cdot 12 = 36$$

El pare té 36 anys, i la filla, 12.

6.59 La suma de les tres xifres d'un nombre capicua és 8. La suma de la xifra de les unitats i la de les centenes és igual a la de les desenes. Calcula el nombre.

Xifra de les unitats: x

Xifra de les desenes: y

Xifra de les centenes: x

Resolem (per substitució):

$$\text{Sistema: } \begin{cases} x + y + x = 8 \\ x + x = y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x + y = 8 \\ y = 2x \end{cases}$$

$$2x + 2x = 8 \rightarrow 4x = 8 \rightarrow x = 2$$

Substituïm x :

$$y = 2 \cdot 2 = 4$$

El nombre és 242.

6.60 Les edats de Pau, Helena i Gemma sumen 42 anys. Helena té 14 anys més que Pau, i Gemma té la tercera part dels anys d'Helena. Quants anys té cadascun?

Edat de Pau: x

Edat d'Helena: $x + 14$

Edat de Gemma: y

Resolem (per substitució):

$$\text{Sistema: } \begin{cases} y = \frac{1}{3}(x + 14) \\ x + (x + 14) + y = 42 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x - 3y = -14 \\ 2x + y = 28 \end{cases}$$

$$x = 3y - 14$$

$$2(3y - 14) + y = 28 \rightarrow 6y - 28 = 28 \rightarrow 7y = 56 \rightarrow y = 8$$

$$x = 3 \cdot 8 - 14 = 24 - 14 = 10$$

Pau té 10 anys; Helena té $10 + 14 = 24$ anys, i Gemma té 8 anys.

6.61 Troba dos nombres tals que la suma del doble del primer augmentat en el quintuple del segon siga 101, i la suma del quàdruple del primer i del triple del segon siga 111.

Primer nombre: x

Segon nombre: y

Resolem (per reducció):

$$\text{Sistema: } \begin{cases} 2x + 5y = 101 \\ 4x + 3y = 111 \end{cases}$$

$$4x + 10y = 202$$

$$\begin{array}{r} 4x + 3y = 111 \\ \hline 7y = 91 \rightarrow y = 13 \end{array}$$

Restem les equacions:

$$7y = 91 \rightarrow y = 13$$

$$2x + 5 \cdot 13 = 101 \rightarrow 2x + 65 = 101 \rightarrow 2x = 101 - 65 = 36 \rightarrow x = 18$$

El primer nombre és 18, i el segon, 13.

6.62 En la primera quinzena del mes, un venedor de cotxes ven 3 cotxes del model A i 5 del model B, i factura 101 000 euros. En la segona quinzena ven 2 cotxes del model A i 4 del model B, i factura 84 000 euros. Calcula el preu dels dos models de cotxe.

Preu d'un cotxe del model A: x

Preu d'un cotxe del model B: y

Resolem (per reducció):

$$\text{Sistema: } \begin{cases} 3x + 5y = 101\,000 \\ 2x + 4y = 84\,000 \end{cases}$$

$$6x + 10y = 202\,000$$

$$\begin{array}{r} 6x + 12y = 252\,000 \\ \hline 2y = 50\,000 \rightarrow y = 25\,000 \end{array}$$

Restem les equacions:

$$2y = 50\,000 \rightarrow y = 25\,000$$

$$2x + 4 \cdot 25\,000 = 84\,000$$

$$2x + 100\,000 = 84\,000 \rightarrow 2x = 84\,000 - 100\,000 = -16\,000 \rightarrow x = -8\,000$$

La solució del sistema és: $x = -8\,000$, $y = 25\,000$.

La solució del problema no té significat real, perquè el preu d'un cotxe del model A no pot ser negatiu.

Equacions amb dues incògnites

6.63 Calcula la solució per a $y = -2$ de l'equació $2x - y = 12$.

Si $y = -2$,

$$2x - (-2) = 12 \rightarrow 2x + 2 = 12 \rightarrow 2x = 10 \rightarrow x = 5$$

La solució és $x = 5, y = -2$.

6.64 Se sap que una solució de $6x - 3y = c$ és $x = 2, y = 1$.

a) Quina és l'equació?

b) Calcula'n dues solucions més.

a) $6 \cdot 2 - 3 \cdot 1 = c$

$$12 - 3 = c$$

$$c = 9$$

L'equació és: $6x - 3y = 9$.

b) Dues solucions més

Si $x = 1 \rightarrow 6 \cdot 1 - 3y = 9 \rightarrow 6 - 3y = 9 \rightarrow -3y = 9 - 6 \rightarrow -3y = 3 \rightarrow y = -1$

Aquesta solució és: $x = 1, y = -1$.

Si $x = 0 \rightarrow 6 \cdot 0 - 3y = 9 \rightarrow 0 - 3y = 9 \rightarrow y = -3$

Aquesta solució és: $x = 0, y = -3$.

Sistemes d'equacions. Solucions

6.65 Calcula la solució del sistema: $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ x - y = 2 \end{cases}$

Provem amb $x = 3, y = 1$, que satisfan la segona equació ($3 - 1 = 2$). Falta esbrinar si satisfan la primera equació:

$$3 + 2 \cdot 1 = 3 + 2 = 5. \text{ També la satisfan. Després la solució del sistema és: } x = 3, y = 1.$$

6.66 Observa el dibuix.



a) Planteja el sistema d'equacions per a trobar el preu del DVD i del llibre.

b) Resol el sistema sumant les equacions.

c) Comprova si la solució trobada verifica les equacions del sistema.

a) Provem amb 21 euros per al preu del DVD i 12 euros per al llibre perquè satisfan la segona condició ($21 - 12 = 9$). Vegem si satisfan la primera: $2 \cdot 21 + 12 = 42 + 12 = 54$. Per tant el preu d'un DVD és de 21 euros, i el d'un llibre, de 12 euros.

b) Sistema: $\begin{cases} 2x + y = 54 \\ x - y = 9 \end{cases}$

c) Comprovem si amb la solució que hem trobat en l'apartat a) satisfem el sistema:

$$2 \cdot 21 + 12 = 42 + 12 = 54$$

$$21 - 12 = 9$$

La solució que hem calculat verifica les equacions del sistema.

Resolució de sistemes per taules

6.67 Utilitza la taula per a resoldre el sistema $\begin{cases} x + y = 4 \\ 2x - y = 5 \end{cases}$

x	0	1	2	3	4
y	4	3	2	1	0
$2x - y = 5$	-4	-1	2	5	8

La solució és: $x = 3, y = 1$.

Resolució de sistemes

6.68 Resol els sistemes següents amb el mètode de substitució.

$$a) \begin{cases} 3x - 4y = 26 \\ x - 8y = 22 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} y + 1 = 3x \\ 5x + 9 = 3y \end{cases}$$

$$a) \begin{cases} 3x - 4y = 26 \\ x - 8y = 22 \end{cases}$$

Aillem la x en la segona equació: $x = 22 + 8y$

Substituïm en la primera equació: $3(22 + 8y) - 4y = 26$

$$66 + 24y - 4y = 26$$

$$20y = 26 - 66 = -40 \rightarrow y = -2$$

Substituïm el valor de x :

$$x = 22 + 8 \cdot (-2) = 22 - 16 = 6$$

La solució és: $x = 6, y = -2$.

$$b) \begin{cases} y + 1 = 3x \\ 5x + 9 = 3y \end{cases}$$

Aillem la y en la primera equació: $y = 3x - 1$

Substituïm en la segona equació: $5x + 9 = 3(3x - 1)$

$$5x + 9 = 9x - 3$$

$$5x - 9x = -3 - 9$$

$$-4x = -12 \rightarrow x = 3$$

Substituïm el valor de x :

$$y = 3 \cdot 3 - 1 = 9 - 1 = 8$$

La solució és: $x = 3, y = 8$.

6.69 Resol amb el mètode de reducció.

$$a) \begin{cases} 4x + 3y = 20 \\ -2x + 3y = 8 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ 3x + 5y = 20 \end{cases}$$

$$a) \begin{cases} 4x + 3y = 20 \\ -2x + 3y = 8 \end{cases}$$

Restem directament les dues equacions:

$$6x = 12 \rightarrow x = 2$$

Substituïm x :

$$-2 \cdot 2 + 3y = 8$$

$$-4 + 3y = 8$$

$$3y = 12 \rightarrow y = 4$$

La solució és: $x = 2, y = 4$.

$$b) \begin{cases} 2x - 3y = 7 \\ 3x + 5y = 20 \end{cases}$$

Multipliquem la primera equació per 3 i la segona per:

$$6x - 9y = 21$$

$$6x + 10y = 40$$

Restem les equacions:

$$19y = 19 \rightarrow y = 1$$

Substituïm la x :

$$3x + 5 \cdot 1 = 20 \rightarrow 3x + 5 = 20 \rightarrow 3x = 15 \rightarrow x = 5$$

La solució és: $x = 5, y = 1$.

Problemes

6.70 Dos recipients contenen entre els dos 24 litres d'aigua. Si d'un dels recipients es transvasen 6 litres a l'altre recipient, els dos arriben a contenir la mateixa quantitat d'aigua. Calcula quants litres conté cada recipient.

Litres d'aigua que conté un recipient: x

Litres d'aigua que conté l'altre recipient: y

$$\text{Sistema: } \begin{cases} x + y = 24 \\ x - 6 = y + 6 \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} x + y = 24 \\ x - y = 12 \end{cases}$$

Sumem les equacions:

$$2x = 36 \rightarrow x = 18$$

Substituïm x :

$$18 + y = 24 \rightarrow y = 24 - 18 = 6$$

Un recipient conté 18 litres d'aigua, i l'altre, 6.

- 6.71 La llargària d'un cartell publicitari és 1,5 metres més gran que l'amplària. Si la llargària augmenta en 0,5 metres i l'amplària en 0,75, l'àrea augmentaria en 4 metres quadrats. Calcula les dimensions del cartell.

Llargària del cartell: x

Amplària del cartell: y

$$\text{Sistema: } \begin{cases} x = y + 1,5 \\ (x + 0,5) \cdot (y + 0,75) - x \cdot y = 4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = y + 1,5 \\ 0,75x + 0,5y = 3,625 \end{cases}$$

Substituïm x en la segona equació: $0,75 \cdot (y + 1,5) + 0,5y = 3,625$

$$0,75y + 1,125 + 0,5y = 3,625$$

$$1,25y = 2,5 \rightarrow y = 2$$

Substituïm el valor de y :

$$x = 2 + 1,5 = 3,5$$

El cartell mesura 3,5 metres de llarg i 2 metres d'ample.

- 6.72 El perímetre d'un triangle isòsceles mesura 21 centímetres. Si s'augmenta el costat desigual 4 centímetres, i cadascun dels costats iguals en 1 centímetre, s'obté un triangle equilàter. Quant mesuren els costats del triangle isòsceles?

Costat desigual: x

Cada un dels costats iguals: y

$$\text{Sistema: } \begin{cases} x + 2y = 21 \\ x + 4 = y + 1 \end{cases}$$

Resolem (per reducció):

$$2y - 4 = 21 - (y + 1)$$

$$2y - 4 = 21 - y - 1$$

$$3y = 21 - 1 + 4 = 24 \rightarrow y = 8$$

Substituïm el valor de y :

$$x + 4 = 8 + 1 = 9 \rightarrow x = 5$$

El costat desigual mesura 5 centímetres, i cada un dels costats iguals, 8.

- 6.73 Si la llargària d'un rectangle s'augmenta 2 centímetres i l'amplària 3 centímetres, l'àrea augmenta 32 centímetres quadrats. Si, en canvi, la llargària s'augmenta 1 centímetre i l'amplària 2 centímetres, l'àrea disminueix 14 centímetres quadrats. Calcula la llargària i l'amplària del rectangle.

Llargària del rectangle: x

Amplària del rectangle: y

$$\text{Sistema: } \begin{cases} (x + 2) \cdot (y + 3) - xy = 32 \\ xy - (x - 1) \cdot (y - 2) = 14 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} xy + 3x + 2y + 6 - xy = 32 \\ xy - (xy - 2x - y + 2) = 14 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x + 2y = 26 \\ 2x + y = 16 \end{cases}$$

Resolem (per substitució):

$$y = -2x + 16$$

$$3x + 2(-2x + 16) = 26 \rightarrow 3x - 4x + 32 = 26 \rightarrow -x = -6 \rightarrow x = 6$$

$$y = -2 \cdot 6 + 16 = -12 + 16 = 4$$

Mesura 6 centímetres de llarg, i 4 d'ample.

- 6.74 El matemàtic grec Euclides (300 aC) plantejava aquest problema.

Un cavall i un mul caminaven junts mentre portaven al llom sacs pesats. Es lamentava el rossí de l'entjosa càrrega que portava, i el mul li va dir: "De què et queixes? Si jo t'agafe un sac, la meua càrrega seria el doble que la teua. En canvi, si et done un sac, la teua càrrega s'igualarà a la meua".

Quants sacs portava el cavall i quants el mul?

Nre. de sacs que portava el cavall: x

Nre. de sacs que portava el mul: y

$$\text{Sistema: } \begin{cases} y + 1 = 2(x - 1) \\ y - 1 = x + 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y + 1 = 2x - 2 \\ y = x + 2 \end{cases}$$

Resolem (per substitució):

$$x + 2 + 1 = 2x - 2 \rightarrow -x = -5 \rightarrow x = 5$$

$$y = 5 + 2 = 7$$

El cavall portava 5 sacs, i el mul, 7.

PER A INTERPRETAR I RESOLDRE

6.75 Oferta

En uns magatzems per a majoristes, si compres 3 peces de roba iguals, només pagues 1 euro per una.



a) Sofia ha comprat 6 pantalons; quants pagarà al preu normal i quants a 1 euro?

b) Completa la taula següent.

Nre. de samarretes comprades	7	8	9	10	11	12
Nre. de samarretes que es paguen al seu preu	5	6	6	7	8	8
Nre. de samarretes que es paguen a un euro	2	2	3	3	3	4

a) 4 a preu normal i 2 a 1 €

b) En la taula de l'enunciat.

6.76 Anem a comprar.

La taula següent mostra les comandes que Anna i Borja han fet a aquests magatzems per a majoristes.

	Nre de pantalons	Nre de samarretes	Preu total a pagar
Anna	10	9	236 €
Borja	21	16	457 €

Si suposem que el preu d'uns pantalons és de x euros, i el d'una samarreta, de y euros:

a) Escriu, en funció de x i de y , el preu total que ha de pagar Anna per tota la compra.

b) Escriu, en funció de x i de y , el preu total que ha de pagar Borja per la compra.

c) Resol el sistema d'equacions format amb els apartats anteriors i calcula el valor de x i y .

a) Anna:

$$10 \text{ pantalons} \rightarrow 7x + 3$$

$$9 \text{ samarretes} \rightarrow 6y + 3$$

Equació:

$$7x + 3 + 6y + 3 = 236 \rightarrow 7x + 6y = 230$$

b) Borja:

$$21 \text{ pantalons} \rightarrow 14x + 7$$

$$16 \text{ samarretes} \rightarrow 11y + 5$$

Equació:

$$14x + 7 + 11y + 5 = 457 \rightarrow 14x + 11y = 445$$

c) Sistema: $\begin{cases} 7x + 6y = 230 \\ 14x + 11y = 445 \end{cases}$

Resolem per reducció:

$$14x + 12y = 460$$

$$14x + 11y = 445$$

Restem:

$$y = 15$$

Substituïm el valor de y :

$$7x + 6 \cdot 15 = 230$$

$$7x + 90 = 230 \rightarrow 7x = 140 \rightarrow x = 20$$

Els pantalons costen 20 €, i la camiseta, 15.

AUTOEVALUACIÓ

6.A1 Expressa per mitjà d'una equació la informació següent: "La capacitat d'un recipient més el triple de la capacitat d'un altre és de 24 litres".

$$x + 3y = 24$$

6.A2 Calcula tres solucions de l'equació $2x - y = -4$.

L'equació podem escriure-la així: $y = 2x + 4$

Solucions: (1, 6), (2, 8), (0,5; 5).

6.A3 Per a resoldre aquest sistema $\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x + y = 8 \end{cases}$ s'ha preparat la taula següent.

Completa-la i indica quina és la seua solució.

x	0	1	2	3	4	5
y	5	4	3	2	1	0
2x + y	5	6	7	8	9	10

La solució és: $x = 3, y = 2$.

6.A4 Resol els sistemes d'equacions següents.

a) $\begin{cases} x + 2y = 1 \\ 2x - y = 7 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 5x + 2y = 3 \\ 2x - 3y = 5 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ 2x + 5y = 7 \end{cases}$

d) $\begin{cases} \frac{x}{2} = y \\ x - \frac{y}{3} = 5 \end{cases}$

a) $\begin{cases} x + 2y = 1 \\ 2x - y = 7 \end{cases}$

Apliquem el mètode de substitució:

$$y = 2x - 7$$

$$x + 2(2x - 7) = 1 \rightarrow x + 4x - 14 = 1 \rightarrow 5x = 15 \rightarrow x = 3$$

$$y = 2x - 7 = 2 \cdot 3 - 7 = 6 - 7 = -1$$

La solució és: $x = 3, y = -1$.

b) $\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ 2x + 5y = 7 \end{cases}$

Apliquem directament el mètode de reducció:

$$2x + 3y = 1$$

$$2x + 5y = 7$$

$$\hline 2y = 6 \rightarrow y = 3$$

$$2x + 3 \cdot 3 = 1 \rightarrow 2x + 9 = 1 \rightarrow 2x = -8 \rightarrow x = -4$$

Substituïm el valor de y :

La solució és: $x = -4, y = 3$.

c) $\begin{cases} 5x + 2y = 3 \\ 2x - 3y = 5 \end{cases}$

Apliquem el mètode de reducció:

$$10x + 4y = 6$$

$$10x - 15y = 25$$

$$\hline 19y = -19 \rightarrow y = -1$$

$$5x + 2 \cdot (-1) = 3 \rightarrow 5x - 2 = 3 \rightarrow 5x = 5 \rightarrow x = 1$$

Restem:

Substituïm el valor de y :

La solució és: $x = 1, y = -1$.

d) $\begin{cases} \frac{x}{2} = y \\ x - \frac{y}{3} = 5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 2y \\ 3x - y = 15 \end{cases}$

Apliquem el mètode de substitució:

$$3(2y) - y = 15 \rightarrow 6y - y = 15 \rightarrow 5y = 15 \rightarrow y = 3$$

$$x = 2 \cdot 3 = 6$$

La solució és: $x = 6, y = 3$.

6.A5 Dos germans han estalviat entre els dos 200 euros. Un d'ells ha estalviat 44 euros més que l'altre. Quant ha estalviat cadascun?

Quantitat estalviada per un germà: x

Quantitat estalviada per l'altre germà: y

Entre els dos han estalviat 200 euros: $x + y = 200$

Un d'ells ha estalviat 44 euros més que l'altre: $x - y = 44$

El sistema és: $\begin{cases} x + y = 200 \\ x - y = 44 \end{cases}$

Resolem el sistema per reducció:

$$2x = 244 \rightarrow x = 122$$

$$y = 200 - x = 200 - 122 = 78$$

Un germà ha estalviat 122 euros, i l'altre, 78 euros.

6.A6 El perímetre d'un triangle isòsceles mesura 20 centímetres. El costat desigual mesura 4 centímetres menys que els costats iguals. Calcula quant mesura cada costat.

Cada costat igual: x
 Costat desigual: y
 Perímetre: $x + x + y = 20 \rightarrow 2x + y = 20$
 El costat desigual mesura 4 cm menys... $x - 4 = y$

Sistema: $\begin{cases} 2x + y = 20 \\ x - 4 = y \end{cases}$

Resolem per substitució: $2x + x - 4 = 20 \rightarrow 3x = 24 \rightarrow x = 8$
 $y = 8 - 4 = 4$

Cada costat igual mesura 8 centímetres, i el costat desigual, 4.

6.A7 Amb motiu del seu aniversari, Raquel invita al cinema un grup d'amigues i al teatre un altre grup. L'entrada del cinema costa 5 euros i la del teatre, 15. En total ha invitat 8 amigues, per les entrades de les quals ha pagat 60 euros. Quantes amigues va invitar al cinema i quantes al teatre?

Nombre d'amics invitats al cine: x
 Nombre d'amics invitats al teatre: y
 Total d'invitats: $x + y = 8$
 Ha pagat: $5x + 15y = 60$
 Resolem per substitució: $y = 8 - x$
 $5x + 15(8 - x) = 60 \rightarrow 5x + 120 - 15x = 60 \rightarrow -10x = -60 \rightarrow x = 6$
 $y = 8 - x = 8 - 6 = 2$

El sistema és: $\begin{cases} x + y = 8 \\ 5x + 15y = 60 \end{cases}$

Al cine ha invitat a 6 amics, i al teatre, a 2.

6.A8 Un pare ix a passejar amb les seues dues filles i es troben amb un amic que pregunta: "Quants anys tenen les teues filles?". El pare respon: "La més gran té 2 anys més que la menuda. D'ací a 2 anys, la meua edat serà el doble de la suma de l'edat de les meues dues filles, i fa 6 anys la meua edat era el quàdruple de la suma de l'edat de les meues filles".

Edat actual del pare: x
 Edat actual de la filla major: y
 Edat actual de la filla menor: $y - 2$
 Edat del pare d'ací a 2 anys: $x + 2$
 Edat de la filla major d'ací a 2 anys: $y + 2$
 Edat de la filla menor d'ací a 2 anys: y
 L'edat del pare serà el doble de la suma... $x + 2 = 2(y + 2 + y)$
 Edat del pare fa 6 anys: $x - 6$
 Edat de la filla major fa 6 anys: $y - 6$
 Edat de la filla menor fa 6 anys: $y - 8$
 L'edat del pare era el quàdruple... $x - 6 = 4[(y - 6) + (y - 8)]$

El sistema és: $\begin{cases} x + 2 = 2(y + 2 + y) \\ x - 6 = 4((y - 6) + (y - 8)) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + 2 = 4y + 4 \\ x - 6 = 8y - 56 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x - 4y = 2 \\ x - 8y = -50 \end{cases}$

Resolem per reducció: $4y = 52 \rightarrow y = 13$
 $x - 4y = 2 \rightarrow x = 2 + 4y = 2 + 4 \cdot 13 = 54$

Edat del pare: $x = 54$ anys
 Edat de la filla major: $y = 13$ anys
 Edat de la filla menor: $y - 2 = 11$ anys

MURAL DE MATEMÀTIQUES

JUGANT AMB LES MATEMÀTIQUES

Suma de peces

$$\begin{aligned} \bigcirc + \star + \star &= \blacksquare + \blacksquare \\ \blacksquare + \blacksquare + \blacksquare &= \star + \star + \bigcirc + \bigcirc + \bigcirc \\ \bigcirc + \bigcirc + \bigcirc + \bigcirc + \star + \star + \star + \star &= ? \end{aligned}$$

Intenta resoldre'l sense usar àlgebra. Utilitza la teua intuïció. Quants \blacksquare necessites perquè es complisca l'última igualtat?

Necessites 5 quadrats, perquè si 3 cercles i 2 estrelles són 3 quadrats, i 1 cercle i 2 estrelles són 2 quadrats, llavors 4 cercles i 4 estrelles són 5 quadrats.